

Богаченков А.Г., Салин Ю.В.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СВАИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕШЕНИЙ ВОЛНОВОЙ МОДЕЛИ УДАРНОГО ПОГРУЖЕНИЯ СВАИ В ГРУНТ**

Основой проекта свайного фундамента является информация о несущей способности свай. В нашей стране, как и за рубежом, на разных этапах проекта и возведения фундамента, применяются четыре основных метода определения несущей способности висячих свай:

1. Расчет по физическим свойствам грунтов (точность метода  $\pm 40\%$ ).
2. Расчет по результатам динамических испытаний свай ( $\pm 40\%$ ).
3. Расчет по данным статического зондирования ( $\pm 25\%$ ).
4. Статическое испытание свай ( $\pm 5\%$ ).

Расчеты по физическим свойствам грунтов являются наиболее распространенным методом. Методология таких расчетов подробно рассмотрена в нормативных документах [1].

Аналогом данного метода является статическое зондирование, с той разницей, что значения боковых и лобовых сопротивлений берутся не из справочников, а по результатам испытаний.

Статические испытания свай – на данный момент самый достоверный, но дорогой и трудоемкий способ определения несущей способности.

Наиболее простыми и дешевыми являются динамические испытания свай, они проводятся, как правило, с помощью того же оборудования, которое применяется для погружения свай – метод основан на определении остаточного отказа при известных значениях энергии удара молота а также массы и габаритов сваи, массы промежуточных элементов, участвующих в ударе. При таких

испытаниях по формулам (или таблицам отказов для конкретных молотов) определяется предельное сопротивление сваи. Как показывает практика, точность таких испытаний невелика, и часто их приходится дополнять статическими испытаниями.

Существуют также методы расчета, основанные на численном моделировании процесса погружения сваи в грунт. СП 50-102-2003 [1] прямо указывает: «частные значения предельного сопротивления при динамических испытаниях железобетонных свай длиной свыше 20 м, а также стальных свай любой длины по измеренным остаточным и упругим отказам при их погружении молотами следует определять с помощью компьютерных программ, методы расчета забивки свай в которых основаны на волновой теории удара».

Отметим, что и при меньших длинах свай, численные модели дают весьма точный результат. Практика применения таких моделей как *AreWave* [2], *INCWAVE* [3] свидетельствует о 5-10% погрешности расчетных значений моделей по сравнению со статическими испытаниями.

В нашей стране и за рубежом разработки подобных программ начались достаточно давно [4,5], в настоящее время, например, фирма РОПАТ [6] широко применяет численные модели типа «молот-свая-грунт» для целей проектирования и оптимизации сваебойного оборудования, она же предлагает их использование и для расчета предельного сопротивления сваи.

Все упомянутые модели представляют собой систему дифференциальных уравнений - обыкновенных и (или) в частных производных – решение которой есть решение задачи Коши. Наряду с множеством физико-механических характеристик – сваи, ударной массы, шабота, амортизаторов, грунта – для получения решения необходимо задание начальных условий, прежде всего, предударной скорости ударной массы. Соответственно, остаточный отказ – результирующее перемещение головы сваи – определяется в результате численного

интегрирования системы по времени, полученное при этом значение статического сопротивления сваи по окончании ее движения и является предельным сопротивлением. Обратная задача – определение предельного сопротивления по известному значению отказа может быть решена только последовательными приближениями.

В качестве примера, на рис.1 приведены результаты расчетов, оформленные в виде временных зависимостей решений численной модели погружения железобетонной сваи сечением  $350 \times 350$  мм длиной 16 м в полутвердую глину (предельное сопротивление  $1,95 \text{ МН} \approx 195 \text{ т}$ , остаточный отказ  $2,8 \text{ мм}$ ), глубина погружения  $15,5 \text{ м}$ . Молот – МГ-3ш (РОПАТ), ударная масса  $3,3 \text{ т}$ , предударная скорость  $4,55 \text{ м/с}$  (энергия удара  $34 \text{ кДж}$ , максимальная для молота данного типоразмера).

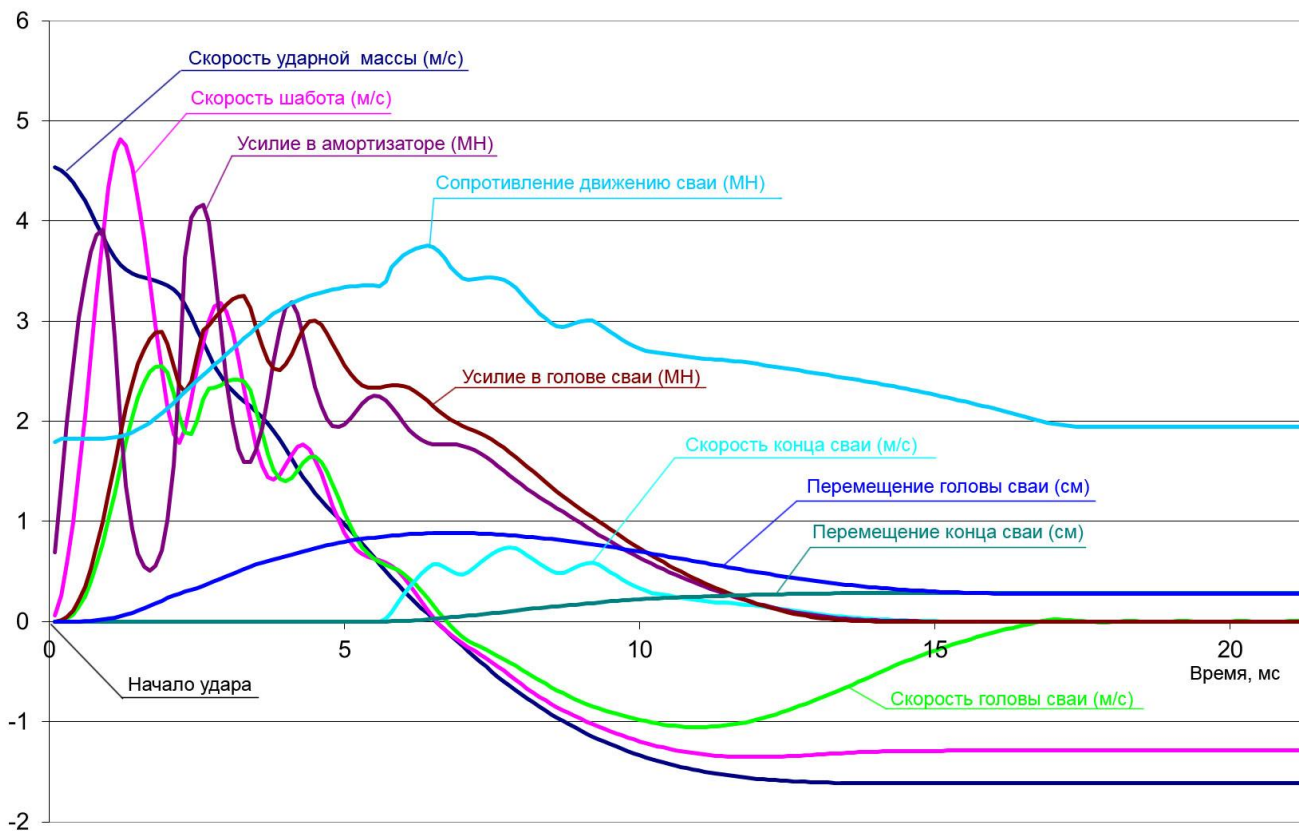


Рис.1 Усилия, скорости и перемещения элементов молота и сваи при ударе

Последовательность применения компьютерной программы для определения несущей способности погружаемой сваи следующая:

- определение остаточного отказа и скорости (энергии) удара экспериментально (средних от серии ударов или от одиночного удара);

- ввод исходных данных – массовые, геометрические, физико-механические характеристики подвижных элементов молота и сваи, амортизаторов и.т.д – несколько десятков параметров;

- ввод предполагаемых характеристик грунта (или нескольких грунтов – для разных слоев);

- вычисление результата с помощью программы, при этом полученный отказ должен совпасть с измеренным, при несовпадении результатов следует скорректировать значения физико-механических характеристик грунтов и повторить вычисление. В конечном счете, суммарное значение статических лобовой и боковой сил сопротивлений и будет являться предельным сопротивлением сваи.

Очевидно, что данная процедура достаточно трудоемка, может быть выполнена персоналом определенной квалификации и не в полевых условиях.

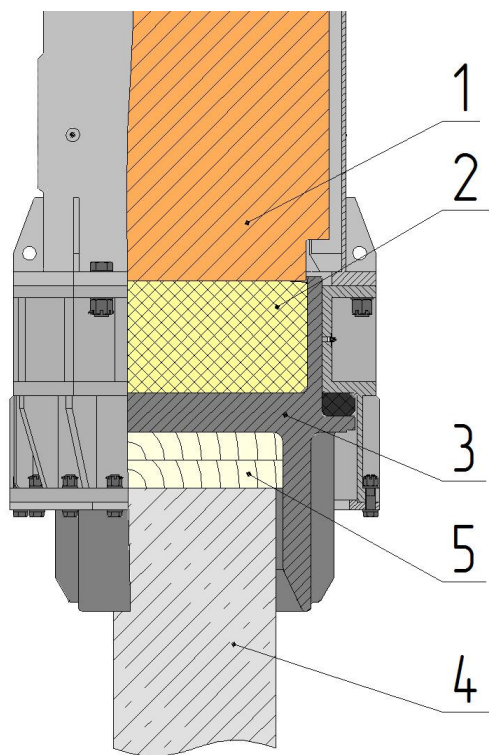
В этой связи, целесообразным представляется замена математической волновой модели процесса погружения сваи совокупностью готовых решений, представленных в виде многомерного массива данных или аппроксимирующих алгебраических выражений. Такой набор решений может быть записан в память компактного прибора, подключенного к системе управления молота. Ввод в память прибора измеряемых при проведении динамических испытаний величин – энергии удара и отказа (при предварительно заданных параметрах сваи) позволит определить предельное сопротивление сваи на основе аналогов волновой модели непосредственно в процессе работы, «на месте».

Для решения поставленной задачи, с целью уменьшения количества переменных, целесообразно предварительно обезразмерить исходную математическую модель и искать решение в виде:

$$\pi_0 = f(\pi_1, \pi_2, \pi_i, \dots, \pi_n), \quad (1)$$

где  $\pi_0$  - определяемый критерий, содержащий искомую величину предельного сопротивления,  $\pi_i$  - критерии, содержащие заданные и измеряемые параметры, а также константы.

Для представления вида критериев  $\pi_0 \dots \pi_i$  можно проанализировать дифференциальные уравнения, формирующие математическую модель, применив известные положения теории подобия. Однако, для более четкого понимания их физического смысла и степени значимости, можно воспользоваться упрощенной алгебраической моделью, последовательно применяя для системы «ударная масса – свая – грунт» законы сохранения энергии и импульса.



Расчетная схема представлена на рис. 2.

Ударная масса 1 наносит удар по свае через амортизатор 2 по наголовнику 3, опирающемуся на сваю 4, погруженную в грунт, через прокладку 5. Это характерная для гидравлических и паровоздушных молотов схема ударного узла, прокладка 5 необходима для железобетонной сваи. Наголовник выполняет функции шабота, и хотя в некоторых конструкциях шабот и наголовник разделены, при последующем анализе будем считать их одной массой.

Рис.2 Расчетная схема моделирования процесса удара

Предполагаем, что процесс ударного погружения сваи в грунт состоит из двух разнесенных во времени фаз:

1. Распространение волны деформации по длине сваи вплоть до достижения ее нижнего конца, при этом отсутствует сопротивление со стороны грунта.

2. Движение сваи при сопротивлении грунта вплоть до ее остановки, с начальной скоростью, определяемой окончанием первой фазы.

Исходя из сформулированных упрощений, для первой фазы можно записать закон сохранения энергии:

$$E_d = \frac{mu^2}{2} = \frac{Q^2}{2c_0} + \frac{(m + m_p + m_c)u_p^2}{2}; \quad (2)$$

и закон сохранения импульса:

$$mu = (m + m_p + m_c)u_p; \quad (3)$$

где  $E_d$  - энергия единичного удара молота;  $m, m_p, m_c$  - ударная масса, масса сваи и шабота (наголовника) соответственно;  $u, u_p$  - предупредительная скорость ударной массы и скорость сваи, ударной массы и шабота в момент достижения волной деформации нижнего торца сваи;  $c_0$  - суммарная жесткость всех деформируемых элементов – сваи, амортизатора и прокладки:

$$c_0 = \frac{1}{L_p / (E_p A_p) + L_{a1} / (E_{a1} A_{a1}) + L_{a2} / (E_{a2} A_{a2})}; \quad (4)$$

где  $L_p, L_{a1}, L_{a2}$  – длины сваи, амортизатора и прокладки соответственно,  $E_p, E_{a1}, E_{a2}$  – их модули упругости и  $A_p, A_{a1}, A_{a2}$  – поперечные сечения;

$Q$  - максимальное усилие в свае (считается постоянным по всей длине).

Из (2) и (3) определяются  $Q$  и  $u_p$ :

$$u_p = \frac{u}{1 + \psi_p + \psi_c}; \quad (5)$$

$$Q = uA_p \sqrt{\rho_p E_p} \sqrt{\frac{(\psi_p + \psi_c)}{(1 + \psi_p + \psi_c)\psi_p \alpha}}; \quad (6)$$

где  $\rho_p$  - плотность материала сваи (принимается, что  $m_p = \rho_p A_p L_p$ ),  $\psi_p = m_p / m$ ,  $\psi_c = m_c / m$ ,  $\alpha = 1 + L_{a1} E_p A_p / (L_p E_{a1} A_{a1}) + L_{a2} E_p A_p / (L_p E_{a2} A_{a2})$ .

Отметим, что размерная часть выражения (6) есть уравнение Сен-Венана, которое многие исследователи используют для оценки усилия (напряжения), возникающего в свае при ударе. Так, Б. В. Бахолдин [7], применяя опытные коэффициенты для значений податливостей в (4), при  $A_p = A_{a2}, A_{a1} = 0$ , что характерно для дизельных молотов, получил выражение, позволяющее вычислить усилие в свае с 10%-ой точностью.

Для второй фазы удара можно записать систему:

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{mu_0^2}{2} + \frac{(F_{ud} + F_u)(S_a + S_l / 2)}{2} + k_l \frac{Q^2}{2c_0}; \quad (7)$$

$$mu_0 = mu - bQt_s; \quad (8)$$

где  $F_u$  - предельное сопротивление сваи;  $F_{ud}$  - сопротивление перемещению сваи в начальный момент движения со скоростью  $u_p$  (динамическое предельное сопротивление сваи), обуславливающей вязкое трение сваи о грунт. Таким образом, значение работы по перемещению сваи рассматривается как среднеарифметическое статического и максимального динамического сопротивлений, умноженных на суммарный отказ:  $S_a + S_l / 2$ ;  $S_l = QL_p / (EA_p)$  - упругий отказ включает только упругую деформацию сваи;  $k_l$  - безразмерный коэффициент, учитывающий потери при обратимой деформации сваи, амортизатора и прокладки, которые принимаются как доля максимальной энергии деформации;  $u_0$  - скорость отскока ударной массы,  $t_s$  - время удара, равное времени прохождения волны деформации по свае в прямом и обратном направлениях,

$t_s = 2L_p/a$ ,  $a$  - скорость звука материала сваи,  $a = \sqrt{E_p/\rho_p}$ ,  $b$  - безразмерный коэффициент формы ударного импульса.

Предельное сопротивление сваи – искомая величина. Для получения замкнутой системы уравнений необходимо выразить  $F_{ud}$  через  $F_u$  и  $u_p$ . Здесь можно воспользоваться результатами, полученными Б. В. Бахолдиным [8], в которых динамическое, включающее вязкое, сопротивление грунта, рассматривается как функция статического сопротивления и скорости:

$$p_{pd} = p_p(1 + n_p u_p p_p); \quad (9)$$

$$p_{fd} = p_f(1 + n_f u_p p_f); \quad (10)$$

где  $p_p, p_f$  - статические сопротивления грунта под нижнем концом сваи и на боковой поверхности соответственно, для сваи в целом,  $p_f$ , может рассматриваться как среднее по слоям;  $p_{pd}, p_{fd}$  - динамическое сопротивление грунта, обусловленное вязким трением при движении сваи в грунте;  $n_p, n_f$  - коэффициенты перехода от статического к динамическому сопротивлению;  $u_p$  - текущая скорость сваи.

Динамическое предельное сопротивление сваи:

$$F_{ud} = p_{pd}A_p + p_{fd}A_f; \quad (11)$$

с учетом (9) и (10), имея в виду, что скорость сваи в момент начала ее движения равна  $u_p$ :

$$F_{ud} = F_u + p_p^2 A_p u_p n_p + p_f^2 A_f u_p n_f; \quad (12)$$

где  $A_f$  - площадь боковой поверхности сваи.

Сопротивления на боковой поверхности сваи примерно на два порядка меньше, чем под нижним концом сваи на соответствующей глубине, коэффициент перехода от статического к динамическому сопротивлению, напротив, на два порядка больше. Принимая допущение, что  $p_p \approx 100p_f$  и  $n_f \approx 100n_p$ , получим:



$$F_{ud} = F_u + \frac{F_u^2 u_p n_p}{A_p \lambda}; \quad (13)$$

где  $\lambda = 1 + A_f / (100A_p)$  (коэффициент геометрии сваи).

На основании выражений (5), (6), (7), (8) и (13), обезразмеривая решение, получим:

$$\eta^2 \left[ \frac{1}{\beta \zeta (1 + \psi_p + \psi_c)} \cdot \left( 1 + \frac{\chi \psi_p}{\beta} \right) \right] + \eta \left( 1 + \frac{\chi \psi_p}{\beta} \right) + (1 - 2b\chi\psi_p)^2 + k_l \frac{(\psi_p + \psi_c)}{(1 + \psi_p + \psi_c)} - 1 = 0; \quad (14)$$

где  $\eta = \frac{F_u S_a}{E_d}$  - коэффициент полезного действия (КПД) удара;  $\beta = \frac{S_a A_p u \sqrt{\rho_p E_p}}{E_d}$

- безразмерный отказ сваи;  $\zeta = \frac{m}{n_p E_d \sqrt{\rho_p E_p}}$  - безразмерный коэффициент,

учитывающий потери энергии в грунте;  $\chi = \sqrt{\frac{(\psi_p + \psi_c)}{(1 + \psi_p + \psi_c) \psi_p \alpha}}$  - безразмерное усилие

в голове сваи при ударе.

Выражение (14) представляет собой квадратное уравнение, позволяющее вычислить значение  $\eta$  и по известному значению отказа и энергии удара молота определить предельное сопротивление  $F_u$ . Оценки показывают, что средняя погрешность значений  $F_u$ , вычисленных по (14), составляет порядка 20% по отношению к решению, полученному с помощью волновой модели, максимальная погрешность достигает 60% (расчеты получены для порядка 10000 точек, охватывающих весь практически ожидаемый диапазон для железобетонных свай, гидромолотов и грунтов, коэффициенты в (14) приняты -  $k_l = 0,15$  и  $b = 0,6$ ).

Полученные результаты не могут считаться приемлемыми, достигаемая с помощью выражения (14) точность определения предельного сопротивления недостаточна вследствие нестрогих допущений, принятых при его выводе. Однако, напомним, основная задача приведенного выше анализа заключалась в получении списка наиболее значимых факторов, влияющих на величину предельного

сопротивления. Такой список был получен, последующие исследования показали, что аппроксимация решений, полученных с помощью волновой модели с 2%-й точностью возможна при представлении выражения (1) в виде:

$$\eta = f(\chi, \zeta, \lambda, \beta). \quad (15)$$

Использование выражения (15) возможно в двух вариантах:

1. Формирование 4-х мерного массива решений численной модели с последующей интерполяцией значения  $\eta$  внутри данного массива по полученным при проведении испытаний фактическим значениям  $\chi_0, \zeta_0, \lambda_0, \beta_0$ .

2. Представление выражения (15) в виде аналитической функции, позволяющей вычислить значение  $\eta$  с требуемой точностью по известным значениям  $\chi_0, \zeta_0, \lambda_0, \beta_0$ . Преимущество второго варианта – возможность достаточно простым путем (корректируя значения констант) уточнять методику, сопоставляя вычисленные значения с экспериментом, подтвержденным, например, статическими испытаниями. Как показали последующие исследования, выражение (15) хорошо аппроксимируется степенной функцией вида:

$$\eta = a_0 \chi^{f_1(\beta)} \zeta^{f_2(\beta)} \lambda^{f_3(\beta)} \beta^{f_4(\beta)}. \quad (16)$$

Применение указанной методики и в первом и во втором варианте было реализовано фирмой РОПАТ путем использования компактного прибора собственной разработки, подключаемого к системе управления молота (рис.3).



**Рис.3** **Прибор МИБ-02**  
**для измерения**  
**предельного сопротивления сваи**

При вычислении предельного сопротивления с помощью прибора необходима информация по предупредительной скорости ударной массы и значению отказа. Кроме того, необходимо знать геометрические и массовые характеристики сваи. Все остальные необходимые для вычисления величины являются константами (для каждого типоразмера молота свой набор констант) и они зафиксированы в памяти прибора. Для ввода необходимых параметров имеется простой интерфейс, при этом предупредительная скорость вычисляется непосредственно при работе молота по времени пролета ударной массы между двумя или тремя датчиками положения, имеющимися на каждом молоте РОПАТ. Отказ может либо вводиться (от одиночного удара), либо вычисляться как среднее при погружении сваи серией ударов на величину 250 мм (число ударов прибор подсчитывает), в последнем случае осредняется и энергия ударов.

Применение вышеописанной методики позволяет заменить сложную математическую волновую модель, необходимую для точного вычисления предельного сопротивления сваи, простым аппроксимирующим алгоритмом, реализующим примерно такую же точность, но гораздо более простыми средствами.

## ЛИТЕРАТУРА

1. СП 50-102-203 Проектирование и устройство свайных фундаментов.- М., 2004.
2. [www.apevibro.com](http://www.apevibro.com).
3. [www.vulcanhammer.com](http://www.vulcanhammer.com)
4. Smith E.A.L "Pile Driving Analysis by the Wave Equation."J. of the Soil Mech. and Found. Div. Amer. Soc. Civ. Eng. 1960.August, pp 35-61.
5. Школьников И.Е. Исследование динамических напряжений в свае при забивке. Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.т.н. М. 1976г.
6. [www.ropat.ru](http://www.ropat.ru).
7. Бахолдин Б.В. Тензометрический метод динамических испытаний свай. // Основания и фундаменты. Труды НИИОснований, вып. 56, М.: Стройиздат, 1966. 8.
8. Бахолдин Б.В. Методика расчета несущей способности свай по результатам динамических испытаний. // Основание фундаменты и подземные сооружения. Труды НИИОснований, вып.60. – М.: Стройиздат, 1975. –С.40-48.  
– С. 168-176.